può far girare la striscia contenente il successivo elemento intorno alla generatrice contenente il punto comune a questo ed al primo elemento, finché l'altro termine del secondo elemento, e quindi tutto l'elemento stesso, venga a giacere nel piano tangente che contiene il primo elemento. Nello stesso modo si può far girare la terza striscia finché l'elemento in essa contenuto si disponga nel piano determinato dall'elemento precedente e dalla generatrice comune alla seconda ed alla terza striscia ; e così di seguito. In tal guisa la primitiva superficie rigata viene a trasformarsi in un'altra sulla quale la curva trasformata si trova tracciata in modo che ciascuna coppia di elementi consecutivi esiste nel piano tangente la superficie stessa. Vale a dire la curva trasformata ha tutti i suoi piani osculatori tangenti la superficie trasformata, e però è una linea *asintotica* di questa superficie. Dunque :

Ogni superficie rigata può sempre essere trasformata in modo che una linea qualunque tracciata sovr'essa diventi una linea asintotica della superficie trasformata.

Quando la linea primitiva o geodetica, comunque si infletta la superficie sulla quale è tracciata, essa deve sempre continuare ad essere una geodetica della superficie trasformata, e quindi i suoi piani osculatori debbono sempre mantenersi normali alla superficie stessa. Essa dunque non può diventare una linea asintotica senza trasformarsi in una retta, giacché in ogni altro caso è impossibile che i suoi piani osculatori sieno al tempo stesso normali e tangenti alla superficie trasformata. Così si ricade sul teorema del § precedente.

Se la linea che si considera è una trajettoria ortogonale delle generataci, e chiaro che quando essa è stata trasformata in linea asintotica, le sue normali principali sono dirette secondo le generatrici della superficie trasformata. Di qui si conclude che *si può sempre, con una flessione opportuna^ rendere tutte le generatrici di una superficie rigata normali principali di una qualunque delle loro trajdiarie, ortogonali* *).

È facile trovare le forinole relative alla trasformazione in discorso.

Infatti la (12) da primieramente

$$\frac{i}{77} \sim \frac{\cos co}{7} \sim '$$

poiché co_i = o per le linee asintotiche. Di qui è confermata l'osservazione che se la prima direttrice è geodetica, la trasformata è una retta. L'equazione precedente può scriversi, in virtù della (i i),

$$f \quad | \qquad - \quad \frac{\text{sen}9}{}$$

(*IJ) Pl ~~ x + 6'sen 6'

*) BOUR, Journal de l'École Polytechnique, t. XXII, cahier 39 (1862), pag. 52.